Εργαστηριακή άσκηση 4:
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΠΟΥ ΚΥΛΙΕΤΑΙ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Τροποποίηση της διαδικασίας η οποία περιγράφεται στον εργαστηριακό οδηγό

(Βαγγέλης Δημητριάδης, 4^{ο} ΓΕΛ Ζωγράφου)

ΣΤΟΧΟΙ

- Η εξοικείωση με μετρήσεις χρόνου και μήκους και η εκτίμηση των σφαλμάτων που υπεισέρχονται κατά τη μέτρησή τους.
- Η κατάδειξη της σημασίας των γραφικών παραστάσεων στη μέτρηση μεγεθών.
- Η μέτρηση της ροπής αδράνειας ενός κυλινδρικού σώματος.

ΟΡΓΑΝΑ ΚΑΙ ΥΛΙΚΑ

- Συσκευή κεκλιμένου επιπέδου πολλαπλών χρήσεων (ΜΣ 280.1)
- Ηλεκτρονικό διαστημόμετρο (ενσωματωμένο στο κεκλιμένο επίπεδο) (ΓΕ 250.1)
- Δύο αισθητήρες φωτοπύλης (ΛΑ.765.0)
- Ηλεκτρονικό χρονόμετρο (ΓΕ.160.0)
- Δύο σφιγκτήρες τύπου G (ΓΕ 050.0)
- Μεταλλικός κύλινδρος διαμέτρου 30 mm
- Κλειδί τύπου Allen
- Αεροστάθμη (αλφάδι) (ΜΡ.035.0)
- Ζυγός ηλεκτρονικός (ΓΕ.130.0)
- Διαστημόμετρο (ΓΕ.250.0)
- Υποδεκάμετρο (ΓΕ 220.2)

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Όταν ένας κύλινδρος ακτίνας r κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, η μεταφορική ταχύτητα του κέντρου μάζας του υ_{cm} είναι ίση με τη γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειάς του και επομένως ισχύει:

$$\upsilon_{cm} = \omega \cdot r \Leftrightarrow \omega = \frac{\upsilon_{cm}}{r} \qquad (1)$$

Όταν ο κύλινδρος αφήνεται από την ηρεμία να κυλίσει σε κεκλιμένο επίπεδο από ύψος h, η δυναμική του ενέργεια U= mgh μετατρέπεται σε κινητική λόγω μεταφοράς και λόγω περιστροφής, άρα:

$$mgh = \frac{1}{2} m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad (2)$$

όπου I η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου, για την οποία ισχύει ότι είναι της μορφής:

$$I = mD^2 \qquad (3)$$

όπου το D έχει διαστάσεις μήκους.

Για την εύρεση του I συνεπώς απαιτείται η εύρεση της μάζας (με ζύγιση) και ο προσδιορισμός του D. Αντικαθιστώντας τις τιμές των ω και I από τις (1) και (3) στη (2) έχουμε:

$$mgh = \frac{1}{2} m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} mD^2 \frac{\upsilon^2}{r^2} \Leftrightarrow gh = \frac{\upsilon_{cm}^2}{2}\left(1 + \frac{D^2}{r^2}\right) \qquad (4)$$

Επειδή η μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ισχύει ότι S= (1/2)αt^2, άρα αν ο κύλινδρος περάσει από δύο σημεία που απέχουν από την αφετηρία S_1 και S_2 αντίστοιχα τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 θα ισχύει: $S_1 = \frac{1}{2}at_1^2$ και $S_2 = \frac{1}{2}at_2^2$ από τις οποίες επιλύοντας ως προς t_1 και t_2 αντίστοιχα και αφαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε: $t_2 - t_1 = \sqrt{\frac{2S_2}{a}} - \sqrt{\frac{2S_1}{a}}$ ή $\Delta t = \sqrt{\frac{2}{a}}(\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1})$. Από την τελευταία σχέση προκύπτει:

$$a = \frac{2(\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1})^2}{\overline{\Delta t}^2} \quad (5)$$

Αν το μήκος της διαδρομής του σώματος στο κεκλιμένο επίπεδο είναι S_2, επειδή υ_{cm}= αt και S_2= (1/2)αt^2, με απαλοιφή του χρόνου προκύπτει υ_{cm}^2= 2 S_2α και η (4) δίνει:

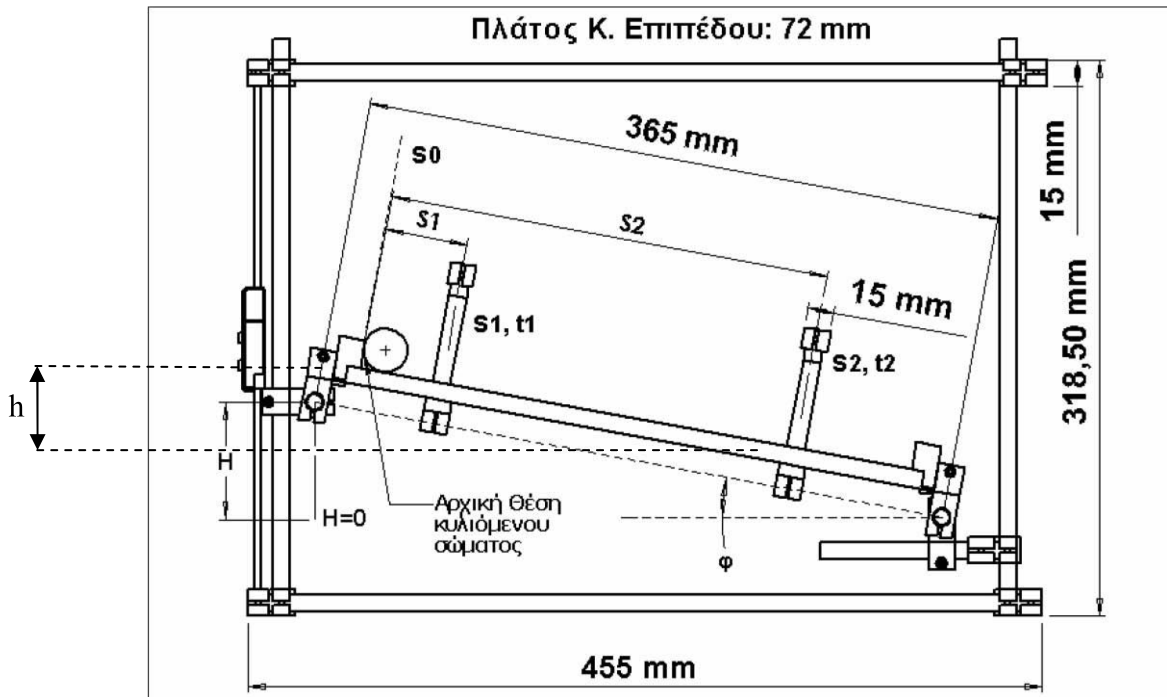
$$gh = S_2\alpha\left(1 + \frac{D^2}{r^2}\right) \Leftrightarrow \alpha = \frac{g}{\left(1 + \frac{D^2}{r^2}\right)S_2}h \qquad (6)$$

δηλαδή το α= k·h (ανάλογα μεγέθη) με συντελεστή αναλογίας:

$$k = \frac{g}{\left(1 + \frac{D^2}{r^2}\right)S_2} \Leftrightarrow D = r\sqrt{\frac{g}{kS_2} - 1} \quad (7)$$

άρα το D μπορεί να υπολογιστεί από την κλίση k της γραφικής παράστασης α= f(h).

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ



1. Στερεώνουμε το κεκλιμένο επίπεδο πολλαπλών χρήσεων πάνω στον πάγκο εργασίας με τους δύο σφιγκτήρες G. (Η πλευρά με το ψηφιακό διαστημόμετρο βρίσκεται στην αριστερή

πλευρά της εικόνας) Αν δεν είναι δυνατό το εύκολο ανεβοκατέβασμα του κεκλιμένου επιπέδου, με το κλειδί Allen λασκάρουμε τη βίδα στο άκρο του. Τοποθετούμε τις δύο φωτοπύλες S1 και S2 με τέτοιο τρόπο ώστε τα «παράθυρα» των αισθητήρων να «βλέπουν» το χώρο μεταξύ των δύο ράβδων του κεκλιμένου επιπέδου. Μετράμε τις αποστάσεις S_1 και S_2 των φωτοπυλών από το (αριστερό) άκρο του κεκλιμένου επιπέδου, όπως στο σχήμα, με το υποδεκάμετρο. Για την ευχέρεια των υπολογισμών επιλέγουμε **S_1= 100 mm** και **S_2= 256 mm**.

2. Ζυγίζουμε το μεταλλικό κύλινδρο στον ψηφιακό ζυγό.
3. Μετράμε τη διάμετρό του με το διαστημόμετρο.
4. Με το αλφάδι ρυθμίζουμε το κεκλιμένο επίπεδο ώστε να είναι οριζόντιο και μετά, αφού φέρουμε το πλαστικό εξάρτημα ρύθμισης του ψηφιακού διαστημόμετρου στην κατώτερη θέση, που εφάπτεται με το οριζόντιο επίπεδο, πιέζουμε το κουμπί ON/OFF του διαστημόμετρου για να λειτουργήσει και μηδενίζουμε την κλίμακα πιέζοντας το κουμπί ZERO. (Για τις μετρήσεις επιλέγουμε με το κουμπί inch/mm την ένδειξη mm.)
5. Συνδέουμε τα βύσματα των φωτοπυλών S1 και S2 στις εισόδους του ψηφιακού χρονομέτρου, στην είσοδο της παροχής ρεύματος βάζουμε το βύσμα του μετασχηματιστή και στη συνέχεια το φις του μετασχηματιστή στην πρίζα. Στην οθόνη του χρονομέτρου εμφανίζεται η ένδειξη «HELLO» και αμέσως μετά η ένδειξη «F1». Πριν σβήσει η ένδειξη αυτή πιέζουμε το κουμπί MODE F1/F2/F3 μία φορά ώστε να εμφανιστεί η ένδειξη «F2». Αν δεν προλάβουμε, πιέζουμε το κουμπί RESET και μόλις εμφανιστεί η ένδειξη «F1» πιέζουμε πάλι το κουμπί MODE F1/F2/F3 μία φορά ώστε να εμφανιστεί η ένδειξη «F2».
6. Σηκώνουμε λίγο την αριστερή πλευρά του κεκλιμένου επιπέδου και σημειώνουμε την ένδειξη H του ψηφιακού διαστημόμετρου. Επειδή από τα δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι $\eta\mu\varphi = \frac{H}{L}$ και $\eta\mu\varphi = \frac{h}{S_2}$ το ύψος $h = \frac{H \cdot S_2}{L}$, όπου H είναι η ένδειξη του ψηφιακού διαστημόμετρου και το L μήκος του κεκλιμένου επιπέδου με **L= 365 mm.** Υπολογίζουμε την τιμή του h.

   Αφήνουμε το μεταλλικό σφόνδυλο να κυλίσει και σημειώνουμε την ένδειξη του χρόνου Δt της κίνησης μεταξύ των δύο φωτοπυλών. Επαναλαμβάνουμε τη μέτρηση άλλες 4 φορές. Υπολογίζουμε το μέσο όρο $\overline{\Delta t}$ των πέντε μετρήσεων. Τα αποτελέσματα καταγράφονται στον πίνακα 1.
7. Σηκώνουμε κι άλλο την αριστερή πλευρά του κεκλιμένου επιπέδου και επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία συμπληρώνοντας τους πίνακες 2-5. **Αποφεύγουμε τις μεγάλες κλίσεις, διότι τότε ο κύλινδρος θα κάνει κύλιση με ολίσθηση.** Τιμές του H μέχρι 30 -40 mm είναι ικανοποιητικές. Αν κατά τη διάρκεια του πειράματος η οθόνη του χρονομέτρου αρχίσει να αναβοσβήνει, δείγμα ότι γέμισε η μνήμη του, πιέζουμε το κουμπί RESET και μόλις εμφανιστεί η ένδειξη «F1» πιέζουμε το κουμπί MODE F1/F2/F3 μία φορά ώστε να εμφανιστεί η ένδειξη «F2» και συνεχίζουμε.
8. Υπολογίζουμε τις τιμές της επιτάχυνσης από τη σχέση (5). Έτσι συμπληρώνεται ο πίνακας 6.
9. Κατασκευάζουμε το διάγραμμα α = f(h) και υπολογίζουμε την κλίση του.
10. Από τη σχέση (7) υπολογίζουμε το D. Χρησιμοποιούμε την τιμή $g = 9{,}81\ m/s^2$.
11. Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας $I = m \cdot D^2$.

Εργαστηριακή άσκηση 4:

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΠΟΥ ΚΥΛΙΕΤΑΙ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ………………. ΟΝΟΜΑ ……………………………………………
ΟΜΑΔΑ ………………. ΕΠΩΝΥΜΟ ………………………………………...

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ – ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

2. Η μάζα του κυλίνδρου είναι : …………….
3. Η διάμετρος του κυλίνδρου είναι …………… mm και η ακτίνα του είναι ……………. mm
6. α) Ύψος H = ……………. mm και h = ……………… mm

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Δt (s)					
$\overline{\Delta t}$ (s)					

7. β) Ύψος H = ……………. mm και h = ……………… mm

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Δt (s)					
$\overline{\Delta t}$ (s)					

Ύψος H = ……………. mm και h = ……………… mm

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Δt (s)					
$\overline{\Delta t}$ (s)					

Ύψος H = ……………. mm και h = ……………… mm

ΠΙΝΑΚΑΣ 4

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Δt (s)					
$\overline{\Delta t}$ (s)					

Ύψος H = ……………. mm και h = ……………… mm

ΠΙΝΑΚΑΣ 5

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Δt (s)					
$\overline{\Delta t}$ (s)					

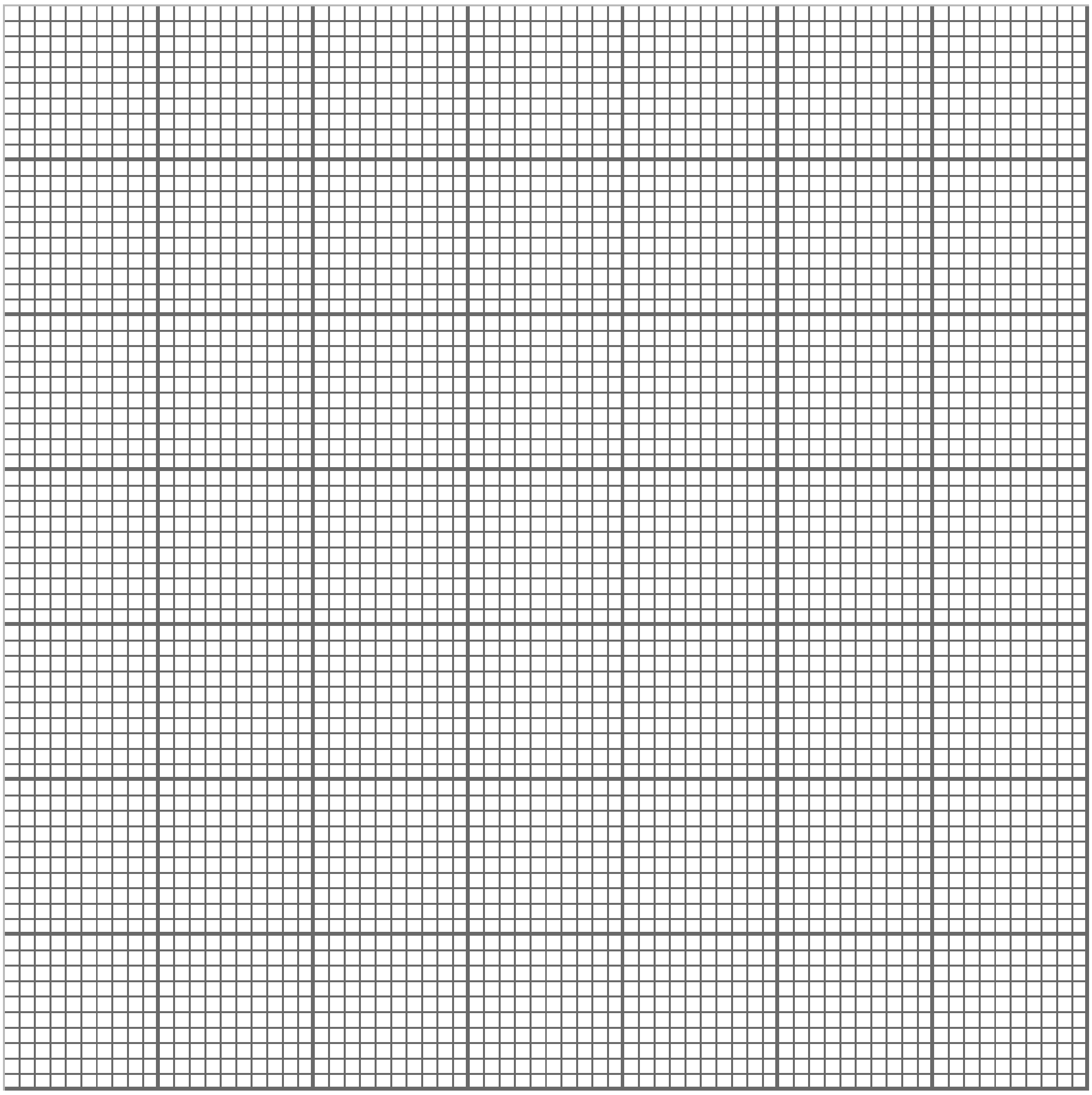
8. ΠΙΝΑΚΑΣ 6

h (m)					
α (m/s^2)					

9. Διάγραμμα α = f(h):

α

(m/s^2)



$h(\cdot 10^{-3}\ m)$

Η κλίση του διαγράμματος είναι k= …………………….

10. D = ……………………….

11. I= …………………………

12. Ποια από τις σχέσεις οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση της ροπής αδράνειας δεν θα ίσχυε αν, εκτός της κύλισης, είχαμε και ολίσθηση του σφονδύλου;

    ………………………………………………………………………………………………
    ………………………………………………………………………………………………
    ………………………………………………………………………………………………
    ………………………………………………………………………………………………

13. Γιατί υπολογίζουμε το D από την κλίση της γραφικής παράστασης (σχέση (7)) και όχι απευθείας από τον τύπο (6), αφού όλα τα υπόλοιπα μεγέθη είναι γνωστά;

    ………………………………………………………………………………………………
    ………………………………………………………………………………………………
    ………………………………………………………………………………………………
    ………………………………………………………………………………………….….
    …………………………………………………………………………………………...