ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑ

1. Μετρήσεις και σημαντικά ψηφία

Η ακρίβεια κάθε μέτρησης περιορίζεται από την ακρίβεια του οργάνου μέτρησης, που δεν είναι ποτέ απόλυτα ακριβές (αξιόπιστο).

Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι μετράμε με βαθμολογημένο χάρακα το μήκος μιας μεταλλικής ξύστρας μολυβιών. Ο χάρακας έχει υποδιαιρέσεις ανά 1/10 του εκατοστόμετρου (δηλαδή ανά ένα χιλιοστόμετρο). Με το χάρακα αυτό δεν μπορούμε να παρατηρούμε αποστάσεις μικρότερες από ένα χιλιοστόμετρο. Η ακρίβεια που μας δίνει είναι $0{,}1\ cm$. Βρίσκουμε έτσι. ότι η ξύστρα έχει μήκος $2{,}6\ cm$.

Με ένα διαστημόμετρο μπορούμε να μετρήσουμε το μήκος ενός μικρού αντικειμένου με ακρίβεια $0{,}01\ c$m. Χρησιμοποιώντας λοιπόν διαστημόμετρο βρίσκουμε ότι το μήκος της ξύστρας είναι $2{,}58\ cm$.

Λέμε ότι η τιμή 2,6 έχει δύο σημαντικά ψηφία (2 και 6) ενώ η τιμή 2,58 έχει τρία σημαντικά ψηφία (2,5 και 8). <u>Τα ψηφία του αριθμητικού αποτελέσματος μιας μέτρησης, για τα οποία είμαστε απόλυτα βέβαιοι (ότι είναι σωστά) ονομάζονται σημαντικά ψηφία.</u>

Επίσης με έναν ημιαναλυτικό ζυγό που ζυγίζει με ακρίβεια 1/10 του γραμμαρίου βρίσκουμε ότι η μάζα ενός αντικειμένου (π.χ. της ξύστρας) είναι $8{,}6\ g$. Η τιμή αυτή έχει δύο σημαντικά ψηφία. Αν η ίδια μάζα υπολογιστεί με άλλο πιο ακριβή ζυγό που ζυγίζει με ακρίβεια 1/100 του γραμμαρίου βρίσκουμε ως τιμή $8{,}63\ g$. Τώρα η τιμή της μάζας της ξύστρας έχει τρία σημαντικά ψηφία (το 8, το 6 και το 3). Το τελευταίο ψηφίο είναι αρκετά σωστό και εγγυάται ότι τα δύο προηγούμενα ψηφία είναι σίγουρα σωστά.

Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων είναι ο ίδιος, όποια μονάδα κι αν χρησιμοποιήσουμε για να εκφράσουμε το μέγεθος. Έτσι, ένα μήκος $2{,}4\ m$ μπορεί να γραφεί και με τη μορφή $0{,}0024\ km$ ή $2{,}4 \times 10^3\ mm$ αλλά όχι και τη μορφή $2400\ mm$, αφού, στην περίπτωση αυτή θα είχε τέσσερα σημαντικά ψηφία και όχι δύο. (Στην πρώτη περίπτωση, τα μηδενικά, τοποθετημένα στην αρχή του αριθμού, προσδιορίζουν απλά τη θέση της υποδιαστολής και δεν είναι σημαντικά. Στη δεύτερη περίπτωση, όμως, τα μηδενικά, τοποθετημένα στο τέλος του αριθμού είναι σημαντικά).

2. Στρογγυλοποίηση αριθμητικού αποτελέσματος

Σε ένα αριθμητικό αποτέλεσμα που προέκυψε από τη μέτρηση ενός φυσικού μεγέθους δεν πρέπει να γράφουμε περισσότερα ψηφία από όσα μας παρέχει η ακρίβεια του οργάνου (ή της μεθόδου). Πρέπει να αναγράφουμε μόνο εκείνα για τα οποία είμαστε βέβαιοι ότι είναι σωστά, δηλαδή τα σημαντικά ψηφία. Είναι προφανές ότι η αναγραφή πρόσθετων ψηφίων πέρα από τα σημαντικά δεν έχει καμία σημασία. Τα επιπλέον ψηφία όχι μόνο συνιστούν απώλεια χρόνου άλλα μπορούν να οδηγήσουν και σε παραπλάνηση εκείνους που τα χρησιμοποιούν και τα εμπιστεύονται.

Αυτό πρέπει να το έχουμε ιδιαίτερα υπόψη μας, όταν εκτελούμε αριθμητικές πράξεις με την αριθμομηχανή (υπολογιστή τσέπης ή κομπιουτεράκι). Στην οθόνη εμφανίζονται τότε 8 ή περισσότερα ψηφία, από τα οποία τα τελευταία δεξιά είναι χωρίς αξία. Είναι ανάγκη τέτοια αριθμητικά αποτελέσματα να τα στρογγυλοποιούμε στο πλησιέστερο δεκαδικό ψηφίο, ώστε όλα τα ψηφία να είναι σημαντικά στην απάντηση μας.

Ένας αριθμός στρογγυλοποιείται στον επιθυμητό αριθμό σημαντικών ψηφίων, αν παραλείψουμε ένα ή περισσότερα ψηφία από τα δεξιά.

Όταν το πρώτο (από τα δεξιά) ψηφίο που παραλείπεται είναι μεγαλύτερο του 5, τότε στο τελευταίο ψηφίο που απομένει προσθέτουμε τη μονάδα: π.χ. ο αριθμός 3,1416 γίνεται 3,142. Όταν το πρώτο ψηφίο που παραλείπεται είναι μικρότερο του 5, τότε το τελευταίο ψηφίο παραμένει αμετάβλητο. π.χ. ο αριθμός 3,142 γίνεται διαδοχικά 3,14, 3,1 και 3. Όταν το ψηφίο που παραλείπεται είναι ακριβώς 5, τότε προσθέτουμε τη μονάδα αν το τελευταίο ψηφίο είναι περιττό αλλιώς παραλείπεται. π.χ. το μήκος $23{,}75\ cm$ γίνεται $23{,}8\ cm$ το μήκος $23{,}65\ cm$ γίνεται $23{,}6\ cm$ το μήκος $23{,}85\ cm$ γίνεται $23{,}8\ cm$.

Όταν πραγματοποιούμε προσθέσεις (ή αφαιρέσεις) πρέπει μετά την εκτέλεση της πράξης να στρογγυλοποιούμε το αποτέλεσμα. Κατά την πρόσθεση (ή την αφαίρεση) πρέπει το άθροισμα (ή η διαφορά) να διατηρήσει τόσα δεκαδικά ψηφία όσα ο αριθμός με τα λιγότερα δεκαδικά ψηφία. Για παράδειγμα:

4,1
1,63
0,014
5,744

Το αριθμητικό αυτό αποτέλεσμα στρογγυλοποιείται στον αριθμό 5,7 δηλαδή με ένα μόνο δεκαδικό ψηφίο.

Όταν πραγματοποιούμε πολλαπλασιασμούς ή διαιρέσεις, το αποτέλεσμα πρέπει να στρογγυλοποιείται έτσι, ώστε να περιέχει μόνο όσα σημαντικά ψηφία έχει ο λιγότερο ακριβής αριθμός. π.χ. στον πολλαπλασιασμό $8{,}37\ cm \times 2{,}3\ cm$, το αποτέλεσμα πρέπει να δοθεί με δύο σημαντικά ψηφία. Είναι $8{,}37\ cm \cdot 2{,}3\ cm = 19{,}251\ cm^2$ και μετά τη στρογγυλοποίηση το εξαγόμενο γράφεται $19\ cm^2$.

<u>Σημείωση:</u> Υπάρχουν αριθμομηχανές που εκτός από τις αριθμητικές πράξεις πραγματοποιούν και στρογγυλοποιήσεις των αποτελεσμάτων.

3. Σφάλμα μέτρησης

Τα **σφάλματα** (δηλαδή οι διαφορές μεταξύ των μετρούμενων τιμών και των πραγματικών) χαρακτηρίζονται ως συστηματικά και ως τυχαία.

Συστηματικά είναι αυτά που εμφανίζονται πάντοτε σε μια σειρά μετρήσεων και η τιμή τους είναι σταθερή. Οφείλονται σε ατέλεια των οργάνων μέτρησης (ελαττωματικά όργανα), στη μέθοδο μέτρησης (επιλογή λανθασμένης μεθόδου για τη συγκεκριμένη μέτρηση και για την τιμή του μεγέθους), σε εξωτερικά αίτια που παραμένουν σταθερά (βαρυτικό πεδίο, ατμοσφαιρικές συνθήκες κ.α.) και στον παρατηρητή (π.χ. χρόνος αντίδρασης). Τα συστηματικά σφάλματα είναι τα πιο επικίνδυνα και τα πιο δύσκολα να εντοπιστούν.

Τυχαία σφάλματα είναι αυτά που εμφανίζονται πάντα, δεν μπορούν να εξαλειφθούν και οφείλονται σε τυχαίους παράγοντες όπως η περιορισμένη ακρίβεια των οργάνων μέτρησης (η οποία κάνει το τελευταίο ψηφίο της μετρούμενης τιμής αβέβαιο), ο παρατηρητής (π.χ. αλλαγή γωνίας υπό την οποία βλέπει το όργανο μέτρησης) και η αστάθεια των εξωτερικών συνθηκών (π.χ. αυξομείωση της τάσης του ρεύματος, κούνημα του πάγκου εργασίας κ.α.). Τα τυχαία σφάλματα αντιμετωπίζονται σχετικά εύκολα με τη λήψη μεγάλου αριθμού μετρήσεων. Όσο περισσότερες μετρήσεις χρησιμοποιούμε τόσο η μέση τιμή τους πλησιάζει την πραγματική.

Όταν δε γνωρίζουμε την πραγματική τιμή του μεγέθους που μετράμε και πάρουμε n μετρήσεις, οι τύποι οι οποίοι χρησιμοποιούνται είναι οι εξής:

1. **Καλύτερη τιμή** είναι ο μέσος όρος των μετρήσεων: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$
2. **Απόλυτο σφάλμα** μιας μέτρησης $x_1 - \bar{x}$
3. **Σχετικό σφάλμα** μιας μέτρησης: $\frac{x_1 - \bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100\%$

Για πιο προχωρημένη μελέτη των σφαλμάτων, το μέγεθος που μετρά την ποιότητα των μετρήσεων είναι η τυπική απόκλιση. Όσο μικρότερη είναι η τυπική απόκλιση τόσο πιο κοντά στην πραγματική τιμή (ή σωστότερα, στο μέσο όρο) είναι οι μετρήσεις μας. Χρησιμοποιούνται οι τύποι:

1. **Τυπική απόκλιση** του συνόλου των μετρήσεων: $\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2}$
2. **Ποσοστιαίο σφάλμα του συνόλου** των μετρήσεων: $\pi = \frac{\sigma_n}{\bar{x}} \cdot 100\%$
3. Έκφραση του αποτελέσματος των μετρήσεων: $\bar{x} \pm \sigma_n$

Όλοι οι παραπάνω τύποι χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση και ελαχιστοποίηση των συνεπειών των **τυχαίων** και μόνο σφαλμάτων και δεν μπορούν να ανιχνεύσουν την ύπαρξη συστηματικών σφαλμάτων.

Παρατήρηση: Ο υπολογισμός της τυπικής απόκλισης και του σφάλματος προϋποθέτει μεγάλο αριθμό μετρήσεων, επειδή οι τύποι είναι προσεγγιστικοί. Αν το μέγεθος του δείγματος είναι μικρό απαιτείται η χρήση της διορθωμένης τυπικής απόκλισης του δείγματος $\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2}$.

4. Γραφικές παραστάσεις

Σύνηθες ερώτημα που διερευνάται στο εργαστήριο της φυσικής είναι η επίδραση που έχει σε ένα φυσικό μέγεθος η μεταβολή κάποιου άλλου. Η απάντηση στο ερώτημα αυτό είναι ο φυσικός νόμος που διέπει το φαινόμενο.

Βέβαια, στα φυσικά φαινόμενα υπεισέρχονται πολλοί παράγοντες. Αν θέλουμε να μελετήσουμε το φαινόμενο είμαστε υποχρεωμένοι να κρατάμε όλους τους άλλους παράγοντες σταθερούς, να μεταβάλλουμε τον ένα από αυτούς και να ελέγχουμε την επίδραση που έχει αυτή η μεταβολή στο άλλο μέγεθος.

Η σχέση που συνδέει τα μεγέθη γίνεται πιο εμφανής αν οι τιμές των μεγεθών αυτών μπουν σε μια γραφική παράσταση.

Επιλέγουμε δυο ορθογώνιους άξονες. Στον οριζόντιο άξονα (άξονα των x) θέτουμε τις τιμές του μεγέθους που μεταβάλλεται αυθαίρετα (ανεξάρτητη μεταβλητή) και στον κατακόρυφο άξονα (άξονα των y) τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής.

Μια καλή γραφική παράσταση μπορεί να μας βοηθήσει να καταλήξουμε στη σωστή σχέση ανάμεσα στα μεγέθη. Η χάραξη της γραφικής παράστασης απαιτεί προσοχή.

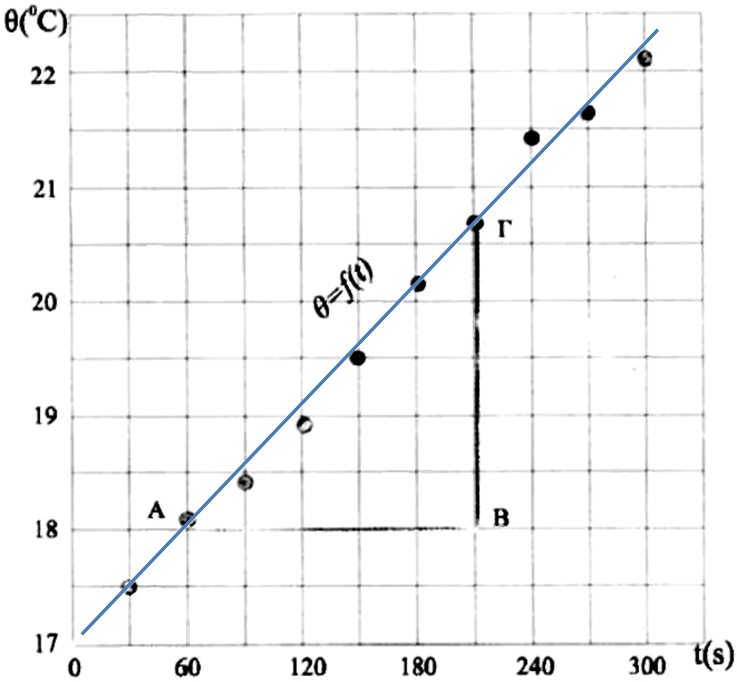
- Χρησιμοποιούμε χιλιοστομετρικό (millimetre) χαρτί για να είναι ευκολότερη και ακριβέστερη η τοποθέτηση των σημείων.
- Σχεδιάζουμε τους άξονες, φροντίζοντας να υπάρχει χώρος στο φύλλο εργασίας για να τους προεκτείνουμε αν χρειαστεί. Αυτό ισχύει κυρίως στις περιπτώσεις που τα μεγέθη που εξετάζουμε παίρνουν και αρνητικές τιμές. Στο millimetre χαρτί τους άξονες τους παίρνουμε πάνω στις έντονες γραμμές, που αντιστοιχούν σε εκατοστά.
- Επιλέγουμε την κατάλληλη κλίμακα. Η καμπύλη που θα σχεδιάσουμε πρέπει να καλύπτει όλη την έκταση του διαγράμματος και, ταυτόχρονα να χωράει σε αυτό. Σε κάθε άξονα γράφουμε το μέγεθος που παριστάνει και τη μονάδα μέτρησης του. Τοποθετούμε πάνω στους άξονες μερικές χαρακτηριστικές τιμές. Δεν είναι απαραίτητο στην αρχή των αξόνων να αντιστοιχεί το μηδέν της κλίμακας.
- Τοποθετούμε τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη των τιμών που μετρήσαμε. Συνήθως τα σημεία απεικονίζονται με μια τελεία ή ένα μικρό κύκλο ή ένα σταυρό.

- Σχεδιάζουμε την πιο κατάλληλη γραμμή που συνδέει τα σημεία αυτά. Η γραμμή αυτή πρέπει να είναι ομαλή και σχεδιάζεται έτσι ώστε να αφήνει και από τις δυο μεριές της σημεία. Το ότι δεν περνάει από όλα τα σημεία δείχνει απλά ότι στις μετρήσεις μας υπεισέρχονται σφάλματα.
- Όταν χρειαστεί να υπολογιστεί η κλίση της καμπύλης, παίρνουμε δυο σημεία που απέχουν αρκετά μεταξύ τους ώστε να είναι εύκολος ο προσδιορισμός των Δx και Δy.

<u>Παράδειγμα</u>

Ένας μαθητής που μελετάει στο εργαστήριο το φαινόμενο του Joule βρίσκει ότι η θερμοκρασία του νερού που περιέχει το θερμιδόμετρο αυξάνει με την πάροδο του χρόνου. Παίρνει τις τιμές της θερμοκρασίας κάθε 30 s και τις καταχωρίζει στον διπλανό πίνακα. Τα δεδομένα αυτά μεταφέρονται στους άξονες και με βάση τα ζεύγη χρόνου-θερμοκρασίας σχεδιάστηκε το διάγραμμα.

$t(s)$	$\theta(°C)$
0	17,0
30	17,5
60	18,1
90	18,4
120	18,9
150	19,5
180	20,2
210	20,7
240	21,4
270	21,6
300	21,1



<u>Παρατηρήσεις:</u>

- Στην αρχή του άξονα των θερμοκρασιών δε βάλαμε την τιμή μηδέν αλλά την τιμή 17 $°C$. Αυτό μας επιτρέπει να τοποθετήσουμε τα σημεία με μεγαλύτερη ακρίβεια.
- Το διάγραμμα είναι μια ευθεία που δεν περνάει από όλα τα σημεία. Έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε το πλήθος των σημείων που βρίσκονται πάνω από την ευθεία να είναι περίπου ίσο με το πλήθος των σημείων που βρίσκονται κάτω απ' αυτή.
- Από την ευθεία που σχεδιάσαμε μπορούμε να βρούμε την κλίση $\Delta\theta/\Delta t$ που δείχνει με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η θερμοκρασία στο θερμιδόμετρο. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι $\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{B\Gamma}{AB} = \frac{15{,}2\ °C}{130\ s} = 0{,}12\ \frac{°C}{s}$
- Το ακριβές αποτέλεσμα της διαίρεσης είναι 0,11692307. Τέτοιου είδους ακρίβεια όμως δεν έχει καμιά πρακτική αξία αφού οι μετρήσεις μας δεν έγιναν με αντίστοιχη ακρίβεια. (Η μέτρηση με τη μικρότερη ακρίβεια έχει 2 σημαντικά ψηφία).